2.32) $L = \underbrace{(D-2)}_{\text{I}}\underbrace{(D-4)}_{\text{II}}\underbrace{(D+3)^2}_{\text{III}}$

$L[y] = P$, $P(x) = 5x^3 e^{-3x}$.

a) La solución del sist. homogeneo la armo uniendo las S_H de I, II y III.

Para I

$p(r) = r-2 \rightarrow$ raíz $= 2$

Para II

$p(r) = r-4 \rightarrow$ raíz $= 4$

Para III

$p(r) = r^2 + 6r + 9 \rightarrow$ raíz doble -3

entonces:

$S_H = \text{gen}\{e^{2x}, e^{4x}, e^{-3x}, xe^{-3x}\}$

Por lo que una base de $\text{Nu}(L)$ es, al ser LI:

$B_L = \{e^{2x}, e^{4x}, e^{-3x}, xe^{-3x}\}$

b) $A = (D+3I)^4$, $P: A[P] = 0$

$(D+3I)^4[5x^3 e^{-3x}] = 0$

$(D+3I)[(D+3I)[(D+3I)[(D+3I)[5x^3 e^{-3x}]]]] = 0$

$(D+3I)[(D+3I)[(D+3I)[15x^2 e^{-3x} \cancel{- 15x^3 e^{-3x}} \cancel{+ 15x^3 e^{-3x}}]]] = 0$

$(D+3I)[(D+3I)[30xe^{-3x}]]=0 \rightarrow (D+3I)[30e^{-3x}]=0 \rightarrow -90e^{-3x}+9e^{-3x}=0$

$\rightarrow 0=0$ ✓, A es aniquilador de P. ✓

c) una base de Nu (A o L) será la unión de la base de Nu(L) y ~~la~~ una base de Nu (A):

Busco base de Nu (A):

$P(r)=(r+3)^4 \rightarrow$ raíz ~~cuarta~~ cuádruple $-3 \rightarrow \{e^{-3x}, xe^{-3x}, x^2e^{-3x}, x^3e^{-3x}\}$.

Por lo que:

$B_{AL}=\{e^{2x}, e^{4x}, e^{-3x}, xe^{-3x}, x^2e^{-3x}, x^3e^{-3x}, x^4e^{-3x}, x^5e^{-3x}\}$

siendo ahora -3 raíz séxtuple.

d) Propongo $y_P = k_1 \cdot x^2e^{-3x} + k_2 \cdot x^3e^{-3x} + k_3 \cdot x^4e^{-3x} + k_4 \cdot x^5e^{-3x}$ para buscar las constantes.

y hay que reemplazar esto en $L[y]=P$

(FALTA HACER CUENTAS)

e) La solución general la voy a poder expresar como:

$y_G = y_P + y_H$, donde y_H es, por lo calculado en a),

$y_H = k_1 \cdot e^{2x} + k_2 \cdot e^{4x} + k_3 \cdot e^{-3x} + k_4 \cdot xe^{-3x}$

Busco sol particular:

Propongo $y_P = (a \cdot x^5 + b \cdot x^4 + c \cdot x^3 + d \cdot x^2)e^{-3x}$

: CUENTAS (IDEM ítem d)) p/hallar los coef.

$y_P = \left(\frac{2664}{300125}x^2 + \frac{109}{8575}x^3 + \frac{3}{245}x^4 + \frac{5}{700}x^5\right)e^{-3x}$

$\rightarrow y_G = y_P + y_H$.